

CHAPITRE 10

CALCULER DES PROBABILITÉS

I) Expérience aléatoire : Vocabulaires

Définitions

- . Une expérience est dite aléatoire lorsque son résultat est déterminé par le hasard et ne peut donc pas être prévu à l'avance avec certitude.
- . Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelé une issue.

Exemples

- . On lance un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6. C'est une expérience aléatoire à six issues : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.
- . Chauffer un glaçon n'est pas une expérience aléatoire, on peut prévoir ce qui va se passer, le glaçon va fondre.

Définitions

- . Un évènement est une **condition** qui peut être, ou ne pas être, réalisée lors de l'expérience.
- . Un évènement peut être réalisé par une ou plusieurs issues de cette expérience.
- . Un évènement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire.

. Un événement est dit **certain** s'il se produit nécessairement.

Exemples

On lance un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6.

. « Obtenir 0 » est un événement impossible.

. « Obtenir un nombre entier » est un événement certain.

Définitions

. L'événement **contraire** d'un événement A est constitué de toutes les issues qui ne réalisent pas A. on le note « non A » ou \bar{A} .

. Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

II) Notion de probabilité

1) Fréquences et probabilités

Lorsqu'on effectue un **très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement E se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée probabilité, Elle se note $p(E)$.

Exemple



The image shows a Scratch script on the left and its results on the right. The script is designed to simulate a coin flip 410,000 times. It starts with a 'when clicked' event, then sets two variables, 'Face' and 'Pile', to 0. A 'repeat' block with 410,000 iterations follows. Inside the loop, a 'if' block checks if a random number between 0 and 1 is equal to 0. If true, it adds 1 to the 'Pile' variable; otherwise, it adds 1 to the 'Face' variable. On the right, the results are displayed: 'Pile' is 2048277 and 'Face' is 2051723. A speech bubble from the Scratch cat character says 'l'équilibre des résultats' (the balance of results), pointing to the two counts.

2) Propriétés

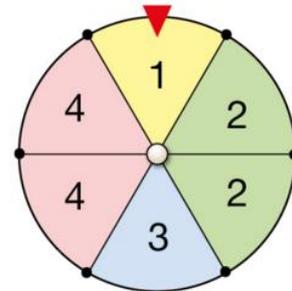
- . Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- . La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est 1.
- . La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des issues qui réalisent cet évènement.
- . Un évènement dont la probabilité est nulle est un évènement impossible
- . Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est un évènement certain.

Remarque

On peut représenter les issues possibles d'une expérience aléatoire par un arbre pondéré :

Exemple

On tourne la roue de loterie et on relève le numéro du secteur qui s'arrête en face du repère rouge.

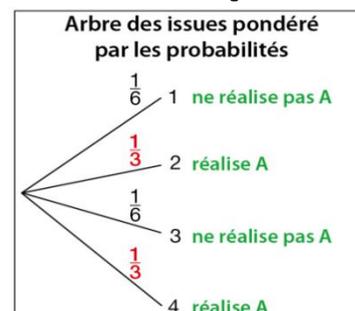


L'évènement A : « Le nombre obtenu est pair ».

L'évènement A est réalisé par les issues 2 et 4.

$$p(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Exercices : (15-17-18 page 257) ; (30 page 259).



2- 3 page 255.

3) Probabilité de l'événement contraire

Propriétés

La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire \bar{A} est égale à 1 : $p(A) + p(\bar{A}) = 1$

Exemples

Soient les événements suivants (exemple roue de la loterie) :

- A : « Le nombre est pair »
- \bar{A} : « le nombre est impair »

Les issues qui réalisent A sont : 2 et 4 $p(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Les issues qui réalisent \bar{A} sont : 1 et 3 $p(\bar{A}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Donc $p(A) + p(\bar{A}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Exercices : (31-33 page 259)

III) Expériences aléatoires à deux épreuves

Vocabulaire

Sur l'arbre pondéré d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelé un chemin.

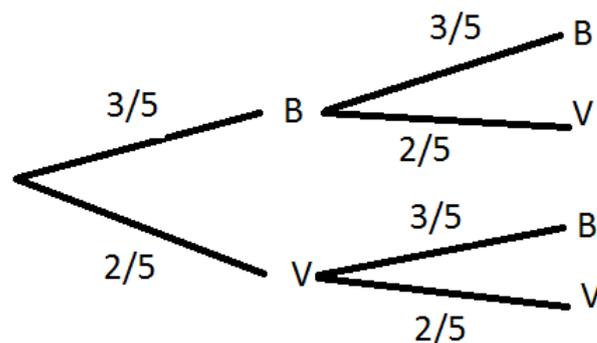
Propriété

Avec un arbre, la probabilité de l'issue à laquelle conduit un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple.

Une urne opaque contient 3 boules bleues (B) et 2 boules vertes (V). On tire une boule au hasard, on la remet dans l'urne, puis on tire une deuxième boule au hasard.

L'arbre des possibles pondéré :



A : "Tirer deux boules bleues"

$$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

B: "tirer deux boules de même couleur "

$$P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$$